

# Analyse der Lambwellenerzeugung durch Piezoaktoren für Structural Health Monitoring-Systeme

Jürgen POHL<sup>\*</sup>, Christian WILLBERG<sup>\*\*</sup>, Ulrich GABBERT<sup>\*\*</sup>, Gerhard MOOK<sup>\*\*\*</sup>

<sup>\*</sup> Hochschule Anhalt, Fachbereich EMW, Bernburger Str. 57, 06366 Köthen,  
j.pohl@emw.hs-anhalt.de

<sup>\*\*</sup> Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, Institut für Mechanik (IFME), PF 4120,  
39016 Magdeburg

<sup>\*\*\*</sup> Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, Institut für Werkstoff- und Fügetechnik  
(IWF) Bereich Werkstofftechnik, PF 4120  
39016 Magdeburg

**Kurzfassung.** Piezokeramische Wandler können als Sensor und Aktor für den Empfang bzw. die Erzeugung von Lambwellen in Structural Health Monitoring-Systemen genutzt werden. Zur Klärung der Quellenmechanismen von Lambwellen werden die Schwingungen freier und gekoppelter Piezoaktoren theoretisch betrachtet und mittels Laservibrometrie und elektrischer Impedanzspektroskopie experimentell analysiert. Der Beitrag verschiedener Schwingungsformen zur Anregung unterschiedlicher Lambmoden wird diskutiert.

## Einführung

Das Structural Health Monitoring (SHM) ist eine sich rasch entwickelnde, zukunftssträchtige Variante der Überwachung technischer Strukturen [1 – 6]. Strukturintegrierte Komponenten sorgen für eine permanente und automatische Einschätzung des Strukturzustandes, so dass die zerstörungsfreie Prüfung zum integralen Bestandteil der Struktur wird.

Lambwellen sind perspektivreich für derartige Anwendungen zur Eigenüberwachung von dünnwandigen bzw. schalenartigen Bauteilen, die typisch für Leichtbaustrukturen in der Luft- und Raumfahrt sind. Wechselwirkungen der Wellen mit Defekten sollen genutzt werden, diese im Sinne des SHM zu detektieren und zu charakterisieren. In den meisten Fällen werden piezoelektrische Wandler als Aktoren für die Erzeugung von Lambwellen und als Sensoren für deren Empfang verwendet.

Voraussetzung für derartige Anwendungen ist eine optimale Anregung von Lambwellen in unterschiedlichen Strukturen. Das multimodale, frequenzabhängige Verhalten von Lambwellen [7], die Komplexität des modalen Verhaltens von piezokeramischen Schwingern und der Einfluss von Kopplungsbedingungen machen eine differenzierte Betrachtung erforderlich.

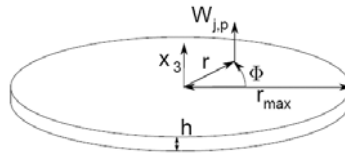
Der Beitrag stellt die Kombination modellmäßiger Beschreibung der Lambwellenerzeugung mit analytischen und FE-Werkzeugen mit deren experimenteller Erfassung mittels Laservibrometrie dar. Es werden sowohl freie als auch gekoppelte Eigenformen von Piezoaktoren betrachtet, in ihrer Auswirkung auf die erzeugten

Lambwellenfelder analysiert und die Wirkung von Einflussfaktoren dargestellt. Dabei gestattet die Aufnahme von Eigenformen und Wellenfeldern mittels Laservibrometrie eine rückwirkungsfreie Erfassung und weitergehende Analyse in Hinblick auf eine optimale Generierung unterschiedlicher Lambwellenmoden.

## 1. Freie Eigenformen von Piezoaktoren

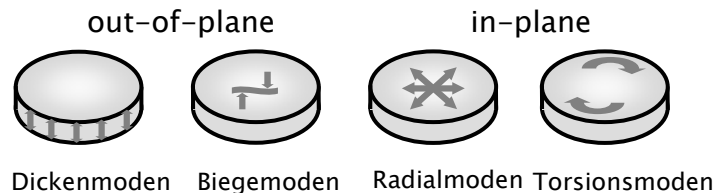
Die unterschiedlichen Schwingungsformen von Piezoaktoren stellen die Quelle unterschiedlicher Lambwellenmoden dar [1, 2, 8-10]. Aufgrund der Komplexität des modalen Verhaltens und des multiplen Einflusses der Ankopplung werden zunächst freie Eigenformen von Piezoaktoren als Ausgangspunkt untersucht.

Gegenstand der Betrachtung sind kreisrunde piezokeramische Scheiben. Bild 1 stellt schematisch das Objekt, das verwendete Koordinatensystem und die geometrischen Parameter dar. Die Abmessungen werden durch den Radius  $r_{\max}$  und die Dicke  $h$  definiert,  $W_{j,p}$  stellt die Amplitude dar.



**Bild 1.** piezokeramische Scheibe

Für verschiedene Schwingungsformen scheibenförmiger Piezoplaten sind analytische Lösungen bekannt. Grundsätzlich sind dabei Schwingungsformen mit Teilchenverschiebungen in der Plattenebene (in-plane) von Formen mit Teilchenverschiebungen senkrecht zur Plattenebene (out-of-plane) zu unterscheiden. Bild 2 zeigt die möglichen Schwingungsmoden von Piezoplaten.



**Bild 2.** Schwingungsformen von Piezoscheiben

In der Betrachtung der freien Eigenformen entfallen nachfolgend die Dickenmoden, da sie erst bei höheren Frequenzen (hier im Megahertzbereich) angeregt werden. Torsionsmoden haben wegen ihrer schwachen Anregung, d.h. kleine Amplituden in  $x_3$  und  $r$ , keine Bedeutung.

Nach Huang et al. ist die analytische Lösung für die Resonanzfrequenzen von Biegemoden bei konstantem elektrischem Feld durch

$$f_{j,p} = \sqrt{\frac{2 - (1 - \nu_{12})k_{12}^2}{24\rho S_{11}^E(1 - \nu_{12}^2)(1 - k_{12}^2)}} \frac{h}{2\pi r_{\max}^2} \beta_{j,p}^2 \quad \text{mit} \quad k_{12} = \sqrt{\frac{2d_{31}^2}{\epsilon_{33}S_{11}^E(1 - \nu_{12})}} \quad (1)$$

gegeben. Dabei ist  $S_{11}^E$  die Nachgiebigkeit in der Plattenebene,  $\nu_{12}$  die Poissonkonstante,  $d_{31}$  die piezoelektrische Ladungskonstante,  $\epsilon_{33}$  die Permittivität und  $\rho$  die Dichte. Die Werte

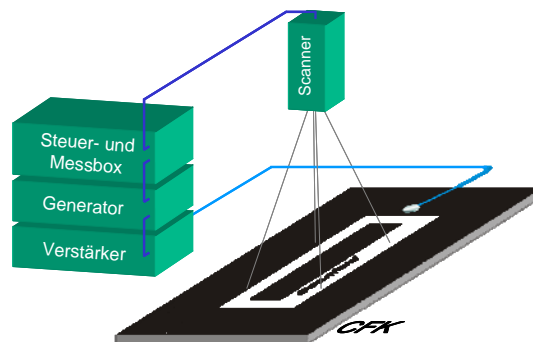
von  $\beta_{j,p}$  sind die Eigenwerte der analytischen Lösung einer freien piezokeramischen Kreisplatte.

Die rein elastische Beschreibung (kein konstantes elektrisches Feld), gegeben durch Itao [11] und beschrieben von Giurgiutiu and Huang et al. [2, 10] führt dann zu

$$f_{j,p} = \sqrt{\frac{1}{12S_{11}^E \rho (1 - \nu_{12}^2)}} \frac{h}{2\pi r_{\max}^2} \lambda_{j,p}^2 \quad (2)$$

mit  $\lambda_{j,p}$  als Eigenwerte der Lösung einer freien elastischen Kreisplatte. Ergänzend zu den Resonanzfrequenzen wurden die jeweils zugeordneten Eigenformen ( $j, p$ ) durch Berechnung der Amplituden  $W_{j,p}$  ermittelt.

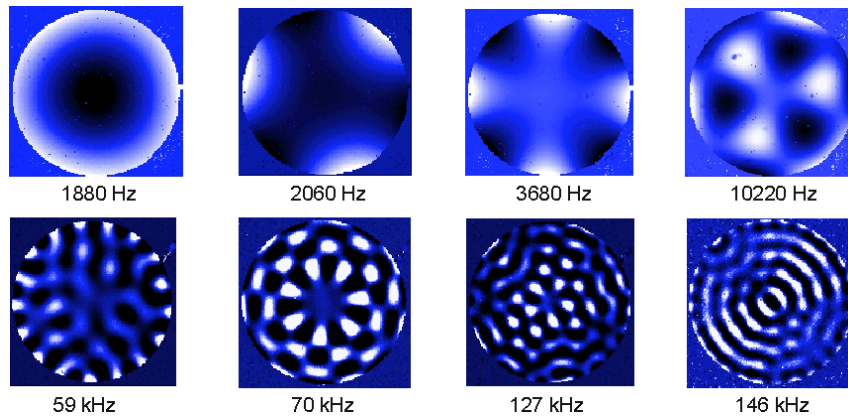
Die experimentellen Untersuchungen des Schwingungsverhaltens wurden mittels Laservibrometrie realisiert. Diese gestattet die empfindliche Erfassung örtlicher Deformationen und somit die Messung von Schwingungen des Piezoaktors und der verursachten Wellenfelder von Lambwellenmoden im jeweiligen Prüfobjekt. Verwendet wurde ein Scanning Laser Vibrometer PSV 300 der Fa. Polytec, das die Bestimmung von out-of-plane Bewegungen gestattet. Ergänzend wurden einige Untersuchungen mit einem 3D - Scanning Laser Vibrometer PSV 400 durchgeführt, welches alle Komponenten der Teilchenverschiebung separieren kann. Bild 3 stellt schematisch den verwendeten Messaufbau der laservibrometrischen Messungen von Lambwellenfeldern dar.



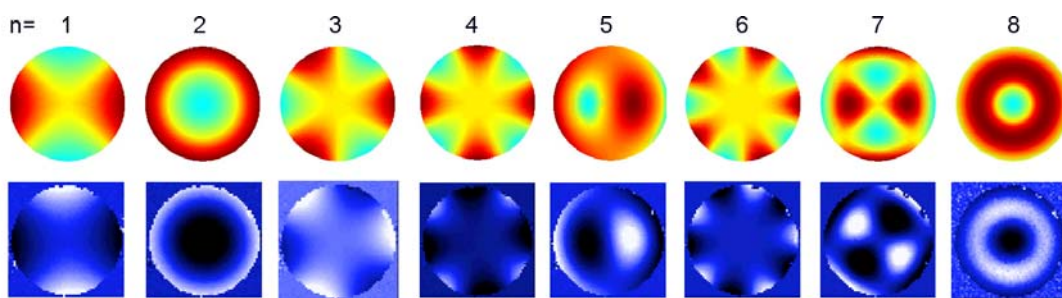
**Bild 3.** Messaufbau Scanning Laser Vibrometer

Typische Ergebnisse der Messung einer Piezoplatte mit 40 mm Durchmesser und 0,5 mm Dicke stellt Bild 4 dar. Neben Grundformen von Biegemoden im unteren Frequenzbereich sind auch einige komplexe, gekoppelte Schwingungsformen bei höheren Frequenzen abgebildet.

Der Vergleich der analytisch berechneten mit den experimentell ermittelten Schwingungsformen in Bild 5 dokumentiert die sehr gute Übereinstimmung der ersten acht berechneten und experimentell ermittelten Eigenformen eines runden Piezoaktors.

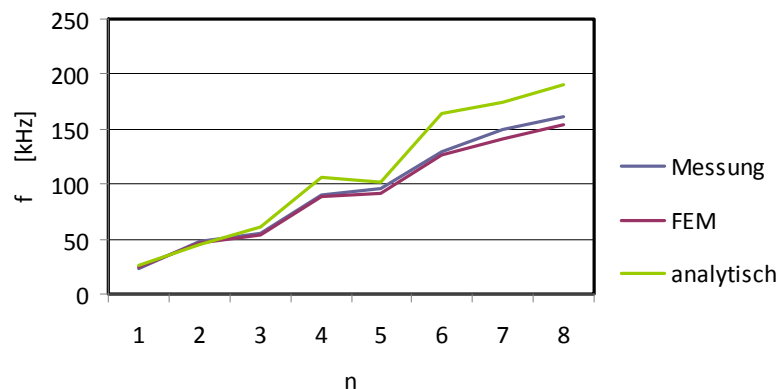


**Bild 4.** Eigenformen freier Schwingungen eines runden Piezoaktors (Durchmesser 40 mm, Dicke 0,5 mm, PIC 151 PI Ceramic)



**Bild 5.** Eigenformen der ersten acht out-of-plane-moden (Biegemoden) einer freien piezokeramischen Scheibe (D=16mm, Dicke 2 mm, PIC181), berechnet (oben) und experimentell bestimmt (unten)

Ein Vergleich theoretischer und experimenteller Ergebnisse für die Frequenzen der einzelnen Moden bis zur achten Ordnung für mehrere Piezoaktoren unterschiedlicher Dicke ergab, dass die analytischen Lösungen in ihrer Gültigkeit auf Piezoaktoren geringer Dicke beschränkt sind. Gleichung (2) beschreibt die Resonanzfrequenzen gut für kleine Dicken mit einem Verhältnis  $D/h > 10$ . Für Aktoren höherer Dicke wurden FEM Berechnungen verwendet, welche gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten, hier beispielhaft in Bild 6 für einen Aktor, zeigen.



**Bild 6.** Vergleich theoretischer Lösungen mit experimentellen Ergebnissen für einen Piezoaktor (D= 16mm, h= 2 mm, PIC181)

Da bei Radialmoden keine piezomechanische Kopplung vorliegt, können die Eigenfrequenzen mit einer elastischen Lösung nach

$$f_n = \sqrt{\frac{1}{S_{11}^E \rho (1 - \nu_{12}^2)}} \frac{z_n}{2\pi r_{\max}} \quad (3)$$

beschrieben werden [2, 10], wobei  $z_n$  die nichttrivialen Lösungen der Axialschwingungen der Platte darstellt. Aufgrund der geometrischen Abmessungen treten die Radialmoden erst bei höheren Frequenzen auf und es zeigte sich, dass bereits im Fall freier Schwingungen im gleichen Frequenzbereich eine Vielzahl höherer Biegemoden auftreten, so dass beide Modenarten nicht isoliert betrachtet werden können.

Für die experimentelle Analyse erwies sich hier neben der 3-D Vibrometrie auch eine elektrische Impedanzspektroskopie als hilfreich, die es gestattet, die Resonanzfrequenzen der Radialmoden zu separieren.

## 2. Eigenformen gekoppelter Piezoaktoren

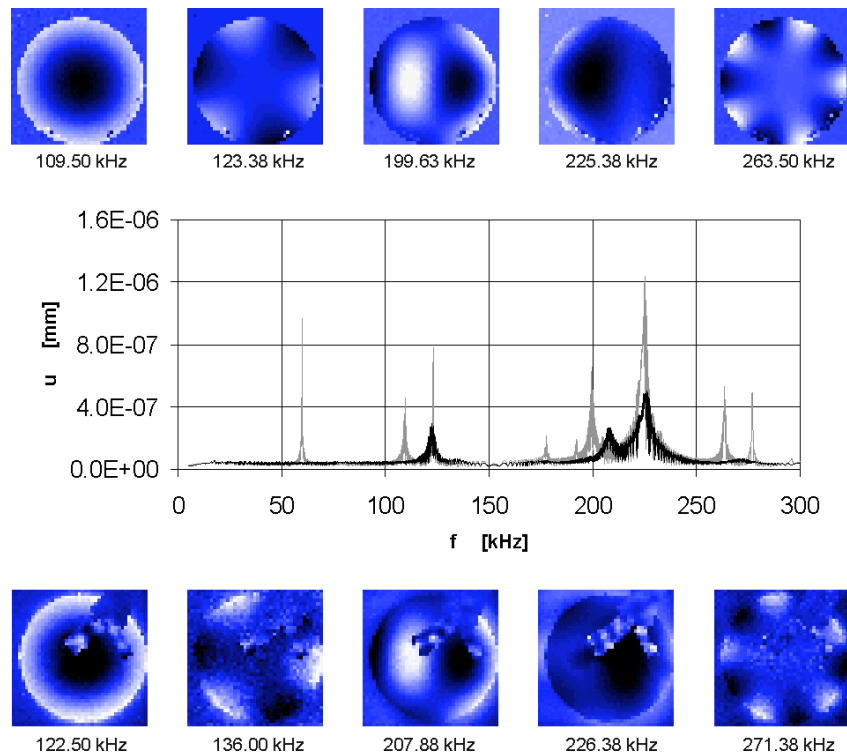
Mittels FEM wurden die Eigenformen einer an eine Plattenstruktur gekoppelten Piezokeramik theoretisch betrachtet. Als Plattenmaterial wurden zunächst Platten aus isotropen Polystyrol (PS) und Polymethylmethacrylat (PMMA) einbezogen; dann auch quasiisotroper kohlenstofffaserverstärkter Kunststoff (CFK) als praxistypisches Material. Um bei den experimentellen Betrachtungen eine reversible Ankopplung der Piezoaktoren zu gewährleisten, wurde Paraffin als Koppelmedium modelliert. Bild 7 zeigt die Ergebnisse der FEM-Rechnungen für einen Biege- und einen Radialmode für eine Kopplung auf einer PMMA-Platte.



**Bild 7.** FEM-berechnete Moden auf einer PMMA-Platte: links Biegemode, rechts Radialmode

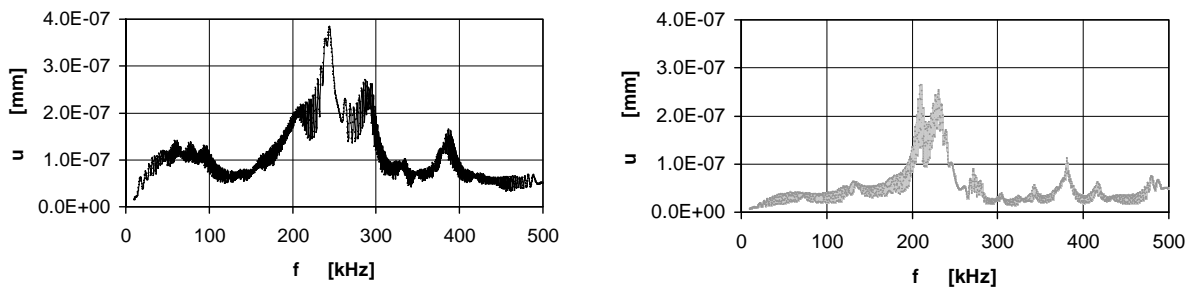
Mittels Laservibrometrie aufgenommene Schwingungsformen und Spektren gekoppelter Piezoaktoren, die beispielhaft in Bild 8 dargestellt sind, belegen experimentell die durch die Ankopplung eingeführten Veränderungen.

Die Amplituden der Biegemoden in  $x_3$  Richtung verändern sich durch die Kopplung zu kleineren Werten, die Resonanzpiks verschieben sich zu höheren Frequenzen und einige Resonanzpiks werden ausgelöscht. Nicht alle Eigenformen im gekoppelten Fall entsprechen noch einem ausgeprägten Resonanzpik, wie er in der Betrachtung der freien Eigenformen auftrat. Auffällig ist ein breiter Resonanzbereich zwischen 200 und 250 kHz. In den Ergebnissen der FEM-Berechnungen zeigte sich im gekoppelten Fall eine markante Kopplung von Radial- und Biegemoden, die sich auch im Bild 7 darstellt. Die starke Kopplung zwischen Radial- und Biegemoden war bereits bei den freien Schwingungsformen aufgetreten und resultiert in breiten, amplitudenstark ausgeprägten Resonanzstellen im Spektrum. Die Existenz der hier von den höheren Biegemoden maskierten Radialmoden konnte insbesondere durch Messung der elektrischen Impedanz zweifelsfrei nachgewiesen werden. Im Fall des in Bild 8 dargestellten Piezoaktors betrug die ermittelte Frequenz des Radialmodes 224 kHz.



**Bild 8.** Spektren (grau = frei, schwarz = gekoppelt) und Eigenformen (frei oben, gekoppelt unten) eines an eine Polystyrolplatte gekoppelten Piezoaktors ( $D=10$  mm,  $h= 2$  mm)

Die Ausbildung der Spektren im gekoppelten Fall wird deutlich von der Geometrie des Piezoaktors bestimmt. Bild 9 dokumentiert dies anhand der Spektren von zwei Piezoaktoren unterschiedlicher Dicke.



**Bild 9.** Spektren von Piezoaktoren, gekoppelt an eine PMMA-Platte (Durchmesser Aktoren 10 mm): links  $h= 0,5$  mm, rechts  $h= 2$  mm

Die Spektren werden wiederum von einem breiten Resonanzbereich zwischen 200 und 300 kHz, der Kopplung zwischen Radial- und Biegemoden entsprechend, dominiert. Mit wachsender Dicke des Piezoaktors verschieben sich diese Resonanzfrequenzen zu niedrigeren Werten. Impedanzmessungen bestätigten die in diesem Frequenzbereich auftretenden Radialmoden.

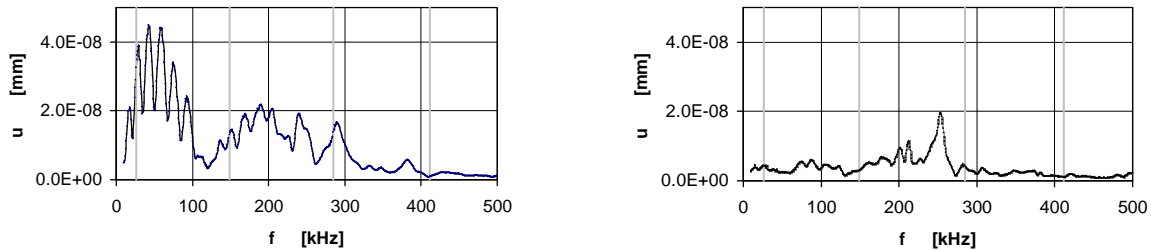
### 3. Lambwellen und Eigenformen

Neben der Analyse der Schwingungsformen wurden die Lambwellenmoden experimentell mittels Laservibrometrie aufgenommen. Eine wellenlängenspezifische Filterung diente zur Trennung der Moden, die im untersuchten Frequenzbereich durch die beiden Grundmoden

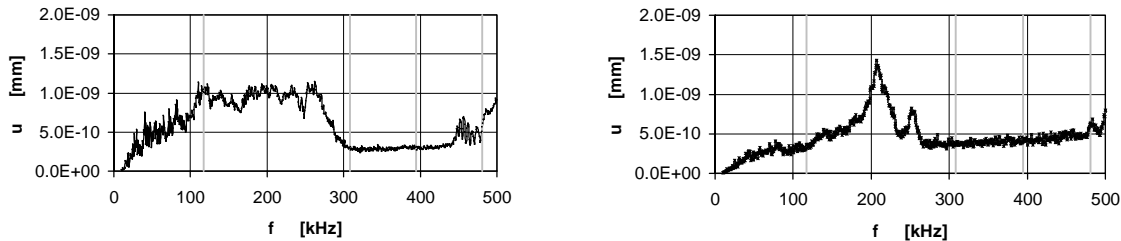


$A_0$  und  $S_0$  dargestellt werden. Für eine Ausbreitungsdistanz von 200 mm wurden aus den so ermittelten Wellenfeldern modenspezifisch flächengemittelte Spektren gebildet und mit den Schwingungsspektren der Aktoren verglichen.

Das oben dargestellte Schwingungsverhalten gekoppelter Piezoaktoren bestimmt die Anregung derartiger Wellenmoden. Die Bilder 10 und 11 zeigen dies anhand der Lambwellenspektren für die beiden Grundmoden  $A_0$  und  $S_0$  in ihrer Ausbreitung in PMMA.



**Bild 10.** Spektren des  $A_0$ -Modus in einer PMMA-Platte für einen Piezoaktor mit 10 mm Durchmesser, links  $h=0,5$  mm, rechts  $h=2,0$  mm



**Bild 11.** Spektren des  $S_0$ -Modus in einer PMMA-Platte für einen Piezoaktor mit 10 mm Durchmesser, links  $h=0,5$  mm, rechts  $h=2,0$  mm

Im Bereich niedriger Frequenzen bis etwa 120 kHz wird das Verhalten durch die dort auftretenden Biegemoden bestimmt. Mit zunehmender Dicke des Aktors und der dadurch bedingten starken Zunahme der Biegesteifigkeit verschieben sich die Maxima unter Amplitudenabnahme zu höheren Werten.

Die Anregung des  $A_0$ -Modus wird durch die dargestellten Resonanzbereiche maßgeblich beeinflusst. Bei dünnen Piezoaktoren dominiert das Maximum der Biegemoden bei niedrigen Frequenzen, bei dickeren Aktoren tritt der breite gekoppelte Resonanzbereich stärker in Erscheinung, da die Resonanzen der Biegemoden in diesen Bereich verschoben sind und sich mit den Radialmoden überlagern. Selbst die separate Auswertung von in-plane Verschiebungen der 3-D-Vibrometrie war aufgrund der starken Kopplung der unterschiedlichen Moden nicht in der Lage, die Radialmoden eindeutig zu separieren. Im Spektrum des  $S_0$ -Modus in Bild 11 sieht man, dass dieser optimal im Resonanzbereich zwischen 150 – 250 kHz angeregt wird. Die in diesem Bereich existierenden Radialmoden tragen effektiv zur Generierung dieses Modus bei.

Die in der Literatur [2, 4, 11] dargestellte Bedingung für eine effektive Lambwellenanregung

$$2a = \lambda(n+1/2) \tag{4}$$

mit der Wellenlänge  $\lambda$  und  $n = 0, 1, 2, \dots$ , wonach optimale Generierung auftritt, wenn die Abmessung des Piezoaktors  $2a$  im entsprechenden Verhältnis zur Wellenlänge der Lambwelle steht, wurde nicht für alle Fälle bestätigt.

Für die sich nach Gleichung (4) aus den Aktorabmessungen ergebenden Wellenlängen wurden in den Bildern 10 und 11 die zugeordneten Frequenzwerte durch

senkrechte graue Linien markiert. Für die Anregung von  $A_0$  ist Übereinstimmung für dünne Piezoaktoren für  $n=0$  zu verzeichnen, was der effektiven Anregung durch Biegemoden in dieser Situation entspricht. Für dickere Piezoaktoren entsprechen allenfalls Piks geringer Amplitude dem Fall nach Gleichung (4). Gleichfalls ist für die Anregung von  $S_0$  nur für dünne Aktoren gegebenenfalls Übereinstimmung zu erkennen. Dickere Aktoren werden eher durch das Frequenzverhalten des Radialmodepiks geprägt.

## Danksagung

Unser Dank gilt der DFG für die Förderung der Projekte MO 553/9-1 des IWF und GA 480/13-1 des IFME im Rahmen des PAK 357.

## Referenzen

- [1] Boller C Chang F-K and Fujino Y 2009 Encyclopedia of Structural Health Monitoring (Chichester: Wiley & Sons)
- [2] Giurgiutiu V 2008 Structural Health Monitoring with Piezoelectric Wafer Active Sensors (New York Elsevier Academic Press ISBN 9780120887606)
- [3] Park G Sohn H Farrar C R and Inman D J 2003 Overview of piezoelectric impedance based health monitoring and path forward Shock Vib. Dig. 35(6) 451–463
- [4] Su Z Ye L and Lu Y 2006 Guided Lamb waves for identification of damage in composite structures: A review J. of Sound and Vibration 295 753-780
- [5] Raghavan A and Cesnik C E S 2007 Review of guided-wave structural health monitoring Shock Vib. Dig. 39 91–114
- [6] Boller C Staszewski W and Tomlinson G 2004 Health Monitoring of Aerospace Structures (John Wiley & Sons Ltd ISBN 0-470-84340-3)
- [7] Viktorov I A 1967 Rayleigh and Lamb Waves (New York: Plenum Press)
- [8] Ha S and Chang F-K 2010 Adhesive interface layer effects in PZT-induced Lamb wave propagation Smart Mater. Struct. 19 025006
- [9] Huang H Pamphile T and Derriso M 2008 The effect of actuator bending on Lamb wave displacement fields generated by a piezoelectric patch Smart Mat. Struct. 17 1-13
- [10] Huang C-H Lin Y-C and Ma C-C 2004 Theoretical analysis and experimental measurement for resonant vibration of piezoceramic circular plates IEEE Trans. Ultras. Ferr. Frequ. Contr. 51 1 12-24
- [11] Kessler S Spearing M and Atallab M 2002 In-situ damage detection of composites structures using Lamb wave methods Proc. First European Workshop on Structural Health Monitoring 10–12 July 2002 Paris France 374–381